CHAPITRE : FONCTIONS LINEAIRES ET FONCTIONS AFFINES

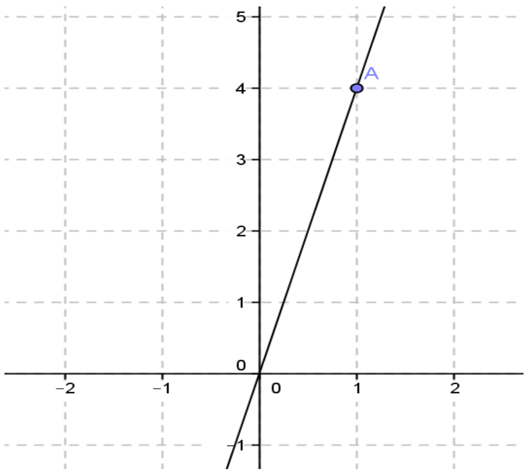
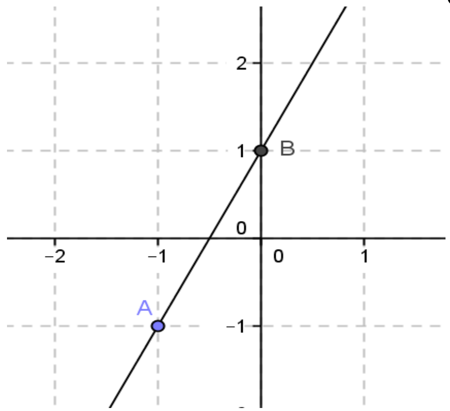
Fonction linéaire	Fonction affine
I. Définition : Le procédé, qui à tout nombre x , fait correspondre le produit ax où a est un nombre donné s'appelle une fonction linéaire de coefficient a. a s'appelle le coefficient directeur On note cette fonction : $\boxed{f : x \rightarrow ax}$ - ax s'appelle l'image de x - l'image de x est aussi noté $f(x)$, ainsi f(x) = ax Exemple : $f : x \rightarrow 3x$ est une fonction linéaire L'image de 4 est 12 car : $f : 4 \rightarrow 3 \times 4 = 12$ ou f(4) = 3x4 = 12 L'image de 0 est 0 car f(0) = 3 x 0 = 0 L'antécédent de -12 est -4 car -12 / 3 = -4 Remarque : les notations suivantes sont équivalentes $f : x \rightarrow 3x$ **ou** $f(x) = 3x$ **ou** l'image de x par f est $f(x)$	**I. Définition** : Le procédé, qui à tout nombre x , fait correspondre le produit $ax+b$ où a et b sont des nombres donnés s'appelle une fonction affine de coefficients a et b. a s'appelle le coefficient directeur b s'appelle l'ordonnée à l'origine On note cette fonction : $\boxed{f : x \rightarrow ax+b}$ - $ax+b$ s'appelle l'image de x - l'image de x est aussi noté $f(x)$, ainsi f(x) = ax+b Exemple : $f : x \rightarrow 3x+4$ est une fonction affine L'image de 5 est 19 car : $f : 5 \rightarrow 3 \times 5 + 4 = 19$ L'image de 0 est 4 car f(0) = 3 x 0 + 4 = 4 L'antécédent de -1 est 1 car 1 – 4 = -3 et -3/3 = -1 Cas particuliers : si b = 0 alors f(x) = ax et c'est une fonction linéaire si a = 0 alors f(x) = b et c'est une fonction constante Exemple : $f : x \rightarrow 11$ f(1) = 11 f(0) = 11 f(-59) = 11 Toutes les images sont identiques, c'est une fonction constante

II. Représentations graphiques

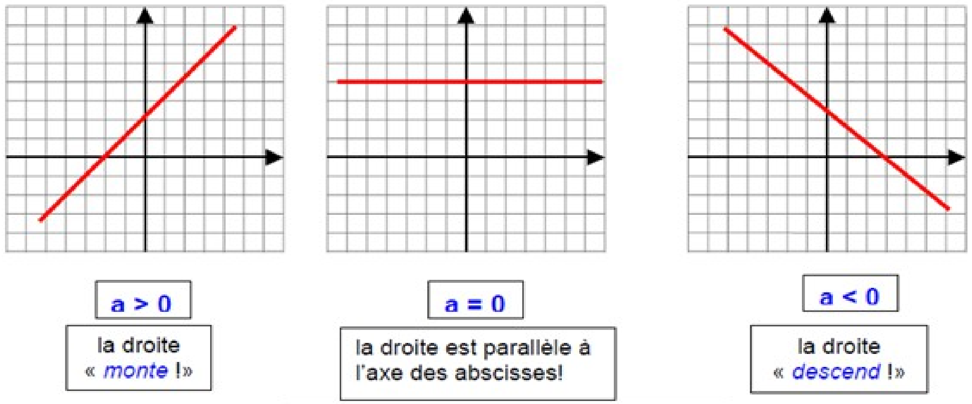
a) Définition : La représentation graphique d'une fonction linéaire ou affine f est l'ensemble des points de coordonnées (x ; f(x))

b) Propriété : La représentation graphique d'une fonction linéaire ou affine est une droite.
Pour les fonctions linéaires c'est une droite passant par l'origine car f(0) = 0.
Le coefficient a représente le coefficient directeur c'est à dire la pente de la droite.

c) Exemples de tracer de la représentation graphique

Fonction linéaire	Fonction affine
On veut représenter la fonction $f : x \to 4x$ 1. La représentation graphique est une droite passant par l'origine car c'est une fonction linéaire 2. On choisit un nombre au hasard $x=1$ 3. On calcule son image : $f(1)=4\times1=4$ 4. Ainsi le point de coordonnés (1;4) est sur la droite 	On veut représenter la fonction $g : x \to 2x+1$ 1. La représentation graphique est une droite car c'est une fonction affine 2. On choisit deux nombres au hasard, $x=-1$ et $x=0$ 3. On calcule leurs images : $g(-1)=2\times(-1)+1=-1$ et $g(0)=2\times0+1=1$ 4. Ainsi les points de coordonnées (-1;-1) et (0;1) sont sur la droite 

Remarque :
L'allure d'une courbe dépend de son coefficient directeur



III. Détermination d'une fonction

a) Définition : Déterminer une fonction linéaire ou affine revient à trouver la valeur numérique de ses coefficients.

Fonction linéaire	Fonction affine
Le coefficient a est déterminé par la formule $\boxed{a=\frac{image}{antécédent}}$ Exemple : Déterminer la fonction h dont l'image de 2 est -6 On traduit cette information : h(2) = -6 Or h(x) = ax donc h(2) = a x 2 = -6 et a = -6/2 = -3 Ainsi la fonction est : $h:x\rightarrow -3x$	Propriété des accroissements : le coefficient a est déterminé par la formule $\boxed{a=\frac{différence\ des\ images}{différence\ des\ antécédents}}$ Exemple : Déterminer la fonction f telle que f(3) = 6 et f(-1) = 4 f est une fonction affine, elle s'écrit $f(x)=ax+b$ Calcul du coefficient a : $a=\frac{f(3)-f(-1)}{3-(-1)}=\frac{6-4}{3+1}=\frac{2}{4}=0{,}5$ Ainsi $f(x)=0{,}5x+b$ Calcul du coefficient b : f(3) = 0,5x3+b=6 b = 6 - 1,5 = 4,5 Ainsi la fonction est : $f:x\rightarrow 0{,}5x+4{,}5$