CHAPITRE : PROPRIETES DE THALES

I. Théorème direct de Thalès

a) Propriété directe (admise) :

Si A, C, N sont des points alignés ;
Si A, B, M sont des points alignés ;
Si les droites (BC) et (MN) sont parallèles
Alors les petites longueurs sont proportionnelles aux grandes

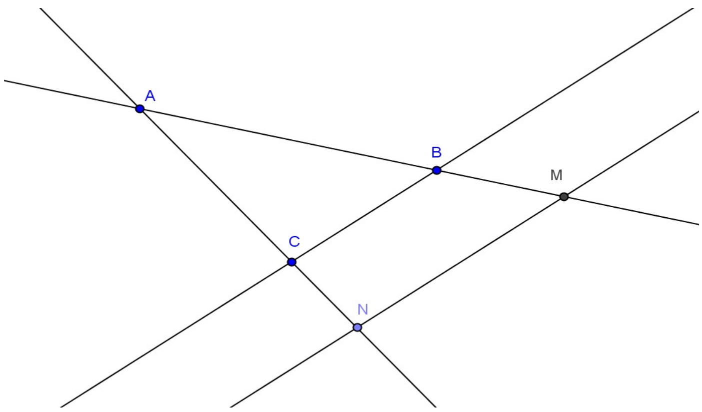
PL (petites longueurs)	AC	AB	BC
GL (grandes longueurs)	AN	AM	MN

Autrement dit :

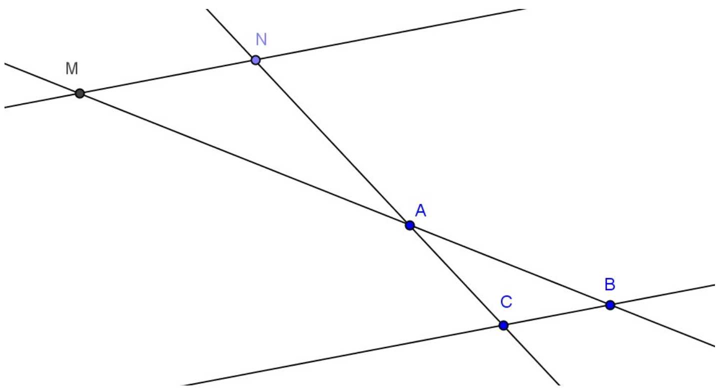
$$\frac{AC}{AN}=\frac{AB}{AM}=\frac{CB}{NM}$$

Le théorème direct sert à calculer des longueurs

Configuration triangle



Configuration papillon



b) Rédaction du théorème en exercice :
Calculer la longueur AB sachant que AC = 2 cm ; AN = 8 cm ; AM = 12 cm.

1. les droites (BC) et (MN) sont parallèles
2. J'utilise le théorème de Thalès
3. Le tableau est proportionnel
4.

PL	AC = 2	AB	BC
GL	AN = 8	AM = 12	MN

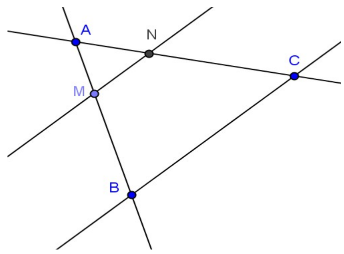
5. AB = $\boxed{\frac{2\times 12}{8}=3}$
6. AB mesure 3 cm

II. Réciproque du théorème de Thalès

a) Propriété réciproque (admise)

Soient deux droites (d) et (d') sécantes en A ;
Soient deux points B et M de (d) distincts de A ;
Soient deux points C et N de (d') distincts de A ;
Si les points A, B, M et A, C, N sont alignés dans le même ordre et si $\boxed{\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}}$
Alors les droites (BC) et (MN) sont parallèles.
La réciproque de Thalès sert à prouver que des droites sont parallèles.

b) Rédaction de la réciproque en exercice :
On sait que AM = 3 AB = 9 ; AN = 6 ; AC = 18.
Les droites (BC) et (MN) sont-elles parallèles ?



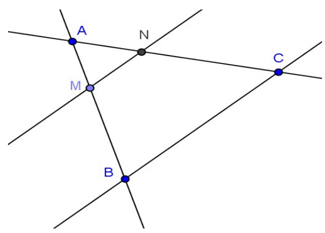
1. Les points A, M, B et A, N, C sont alignés dans le même ordre
2. On calcule $\boxed{\frac{AM}{AB}=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}}$
3. On calcule $\boxed{\frac{AN}{AC}=\frac{6}{18}=\frac{1}{3}}$
4. Comme les rapports sont égaux, d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (BC) et (MN) sont parallèles.

III. Contraposée du théorème de Thalès

a) Propriété contraposée (admise)

Soient deux droites (d) et (d') sécantes en A ;
Soient deux points B et M de (d) distincts de A ;
Soient deux points C et N de (d') distincts de A ;
Si les points A, B, M et A, C, N sont alignés dans le même ordre et si $\boxed{\frac{AM}{AB}\neq\frac{AN}{AC}}$
Alors les droites (BC) et (MN) ne sont pas parallèles.
La contraposée de Thalès sert à prouver que des droites ne sont pas parallèles.

b) Rédaction de la contraposée en exercice :
On sait que AM = 5 AB = 10 ; AN = 6 ; AC = 13.
Les droites (BC) et (MN) sont-elles parallèles ?



1. Les points A, M, B et A, N, C sont alignés dans le même ordre
2. On calcule $\boxed{\frac{AM}{AB}=\frac{5}{10}=\frac{1}{2}}$
3. On calcule $\boxed{\frac{AN}{AC}=\frac{6}{13}\neq\frac{1}{2}}$
4. Comme les rapports ne sont pas égaux, d'après la contraposée du théorème de Thalès, les droites (BC) et (MN) ne sont pas parallèles.

IV. Agrandissement et réduction

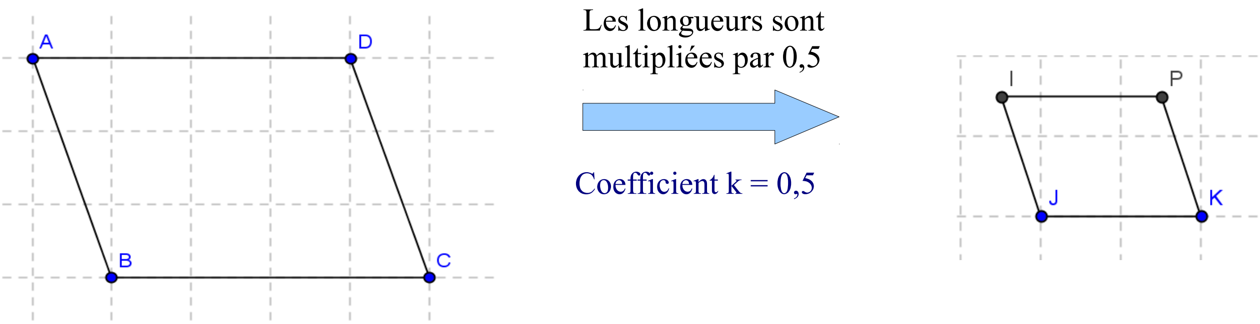
a) Définition : Lorsque deux figures ont la même forme et des longueurs proportionnelles, on dit que l'une est un agrandissement ou une réduction de l'autre.

Exemple :

La figure d'arrivée est une réduction de la figure de départ dans un rapport de 0,5

Figure de départ

Figure d'arrivée



IJKP est une réduction de ABCD

Pour trouver le coefficient k :

$$\boxed{k = \frac{Longueur\ arrivée}{longueur\ de\ départ}}$$

b) Propriétés :

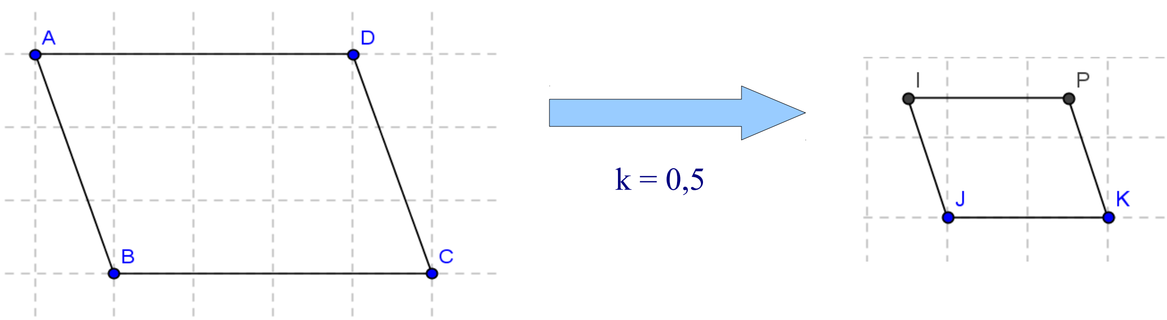
- Un agrandissement (ou réduction) conserve les angles
- Un agrandissement (ou réduction) conserve le parallélisme

c) Effet sur les dimensions :

Quand on agrandit (ou réduit) une figure les longueurs sont multipliées par k, les aires sont multipliées par k^2 et les volumes sont multipliés par k^3 .

Longueur arrivée = Longueur de départ x k
Aire arrivée = Aire de départ x k^2
Volume arrivée = Volume de départ x k^3

Exemple :



ABCD a une aire de 12 cm²

L'aire de IJKP est : 12 x $0{,}5^2$ = 3 cm²