Chapitre : RACINES CARREES

I. Définition

La racine carrée d'un nombre positif a est le nombre positif dont le carré est a.
On le note : $\sqrt{a}$

Donc, d'après cette définition : $$\boxed{(\sqrt{a})^2 = a}$$

Vocabulaire : $\sqrt{a}$ est la **racine carrée** de a ; le symbole $\sqrt{\square}$ est appelé **radical**

Exemples : $\sqrt{9}=3$ car $3^2 = 9$ $\sqrt{25}=5$ car $5^2 = 25$

$\sqrt{0}=0$ car $0^2 = 0$ $\sqrt{1}=1$ car $1^2 = 1$ $\sqrt{3}\approx 1{,}732$

Remarque : Si a est un nombre positif alors (car $a^2 = a^2$!!!!!)

$$\boxed{\sqrt{a^2} = a}$$

Exemples : $\sqrt{7^2}=7$ $\sqrt{(-7)^2}=7$

II. Opérations et racines carrées

a) Propriétés :

Si a et b désignent deux nombres positifs

$$\boxed{\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}} \qquad \boxed{\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}}$$

Exemple : $\sqrt{18}=\sqrt{9\times 2}=\sqrt{9}\times\sqrt{2}=3\times\sqrt{2}$ $\sqrt{\frac{4}{3}}=\frac{\sqrt{4}}{\sqrt{3}}=\frac{2}{\sqrt{3}}$

ATTENTION : $\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a}+\sqrt{b}$ $\sqrt{a-b} \neq \sqrt{a}-\sqrt{b}$

b) Opérations :

Réduction : $3\sqrt{2}-4+5\sqrt{2}+1=3\sqrt{2}+5\sqrt{2}-4+1=8\sqrt{2}-3$

Ecrire sous forme de racine : $\sqrt{2}\times\sqrt{8}=\sqrt{2\times8}=\sqrt{16}=4$

$3\sqrt{5}\times4\sqrt{5}=3\times4\times\sqrt{5}\times\sqrt{5}=12\times(\sqrt{5})^2=12\times5=60$

III. Simplification de radicaux

Simplifier un radical $\sqrt{a}$ revient à l'écrire sous la forme $b\sqrt{c}$ où b et c sont des entiers positifs et c'est le plus petit possible

Méthode : Ecrire $\sqrt{75}$ sous la forme $a\sqrt{b}$ avec b un entier le plus petit possible

1. On écrit 75 comme le produit d'un entier et d'un carré parfait
2. On applique la règle : $\sqrt{a\times b}=\sqrt{a}\times\sqrt{b}$

Ce qui donne : $\sqrt{75}=\sqrt{25\times3}=\sqrt{25}\times\sqrt{3}=5\sqrt{3}$

IV. Equations $x^2 = a$

Si a désigne un nombre strictement positif, l'équation x^2 = a admet deux solutions $\sqrt{a}$ et $-\sqrt{a}$

Exemple : L'équation x^2 = 13 admet deux solutions $\sqrt{13}$ et $-\sqrt{13}$

On note S = { $-\sqrt{13}$; $\sqrt{13}$ }

Remarques :

- L'équation x^2 = 0 n'admet qu'une seule solution le nombre 0 ; S = {0}
- L'équation x^2 = nombre négatif, n'admet aucune solution