

CHAPITRE : NOTION DE PROBABILITE

I. Expérience aléatoire

a) Définition : Une expérience est dite **aléatoire** lorsqu'elle a une ou plusieurs résultats possibles et que l'on ne peut pas prévoir avec certitude quel résultat se produira.

Exemples :

On lance une pièce de monnaie équilibrée et on regarde sa face supérieure

On lance un dé équilibré et on regarde sa face supérieure

On fait tourner une roue équilibrée et on regarde la couleur désignée par la flèche

b) Issues : Chaque résultat possible d'une expérience aléatoire est appelée une **issue**

Exemples :

Lors du lancer d'une pièce, il y a deux issues : pile ou face

Lors du lancer d'un dé, il y a 6 issues : 1, 2, 3, 4, 5 ou 6

II. Événements

a) Définition : Un **événement** est une condition qui peut ou ne pas être réalisée lors de l'expérience.

C'est une partie de l'ensemble des issues possibles.

Un événement est réalisé par aucune, une ou plusieurs issues de l'expérience

Exemples :

- « Obtenir le côté pile » est un événement
- « Obtenir un nombre pair » est un événement

b) Événement élémentaire : C'est un événement qui ne peut être réalisé que par une seule issue

Exemples : Lors du lancer d'un dé équilibré à six faces

- « Obtenir le chiffre 3 » est un événement élémentaire
- « Obtenir un chiffre pair » n'est pas un événement élémentaire

c) Événement certain : C'est un événement qui est sûr de se réaliser

Exemples : Lors du lancer d'un dé équilibré à six faces

- « Obtenir un chiffre compris entre 1 et 6 » est un événement certain

d) Événement impossible : C'est un événement qui n'a pas d'issues

Exemple : Lors du lancer d'un dé équilibré à six faces

- « Obtenir le chiffre 7 » est un événement impossible

e) **Événements incompatibles** : Deux événements qui ne peuvent se réaliser en même temps sont dits incompatibles.

Exemple : Lors du lancer d'un dé équilibré à six faces

- « Obtenir le chiffre 2 » et « Obtenir le chiffre 3 » sont incompatibles

f) **Événements contraires** : L'événement contraire d'un événement A est noté \bar{A} ou \bar{A} . Il se réalise lorsque A ne se réalise pas.

Exemple : Lors du lancer d'un dé équilibré à six faces

- « Obtenir un nombre pair » est l'événement contraire de « Obtenir un nombre impair »

III. Probabilité

a) Approche fréquentiste

Définition : Lorsqu'on effectue un très grand nombre de fois une expérience aléatoire, la fréquence à laquelle se réalise l'événement se rapproche « d'une fréquence théorique » appelée probabilité de cet événement.

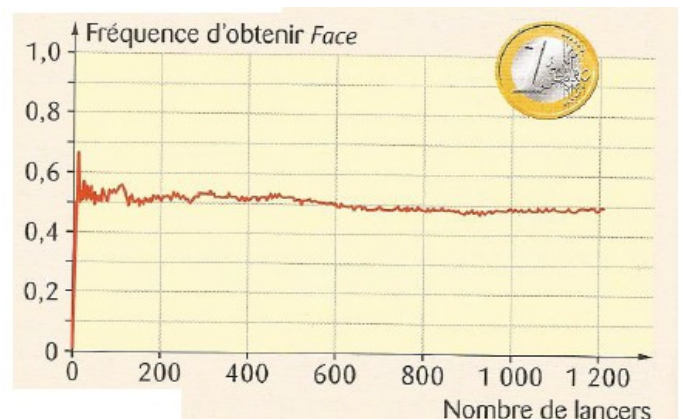
Exemple : On lance une pièce de monnaie non truquée.

On note F l'événement « Obtenir face ».

Le graphique ci-contre indique la fréquence à laquelle se réalise cet événement en fonction du nombre de lancers.

Cette fréquence se rapproche de 0,5.

Ainsi la probabilité de l'événement F semble être égale à 0,5.



b) Cas d'équiprobabilité : Pour une expérience

aléatoire, lorsque tous les événements élémentaires ont la même probabilité, on dit qu'il s'agit d'une situation d'équiprobabilité.

Exemple : Une urne contient cinq boules indiscernables au toucher.

On tire au hasard une boule. Comme les boules sont indiscernables, chaque boule a la même probabilité d'être tirée. C'est une situation d'équiprobabilité.

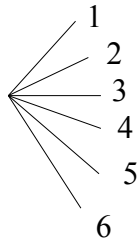
c) Probabilité d'un événement : Dans une situation d'équiprobabilité

$$\text{Probabilité d'un événement} = \frac{\text{Nombre d'issues de cet événement}}{\text{Nombre total d'issues}}$$

Exemple : Lors du lancer d'un dé équilibré à six faces

$P(\text{Obtenir un nombre pair}) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ car il y a 3 chiffres pairs sur les six issues totales.

Avec un arbre :



d) Propriétés :

- La probabilité est un nombre compris entre 0 et 1
- La somme des probabilités de chaque issue est égale à 1
- La probabilité d'un événement impossible est 0
- La probabilité d'un événement certain est 1
- La probabilité de l'union de deux événements incompatibles est la somme de leurs probabilités.
- La probabilité de l'événement contraire de A est égale à 1 moins la probabilité de A

Exemple : Dans une urne, il y a 1 boule rouge, 3 boules vertes et 5 boules bleues.

On tire au hasard une boule.

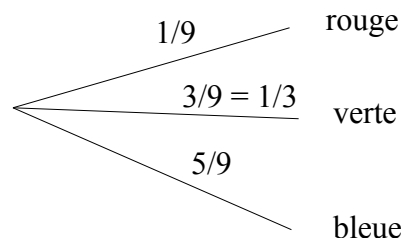
Les événements A « tirer une boule verte » et B « tirer une boule rouge » sont incompatibles

Ainsi $P(\text{Tirer une boule verte ou tirer une boule rouge}) = P(A) + P(B) = \frac{3}{9} + \frac{1}{9} = \frac{4}{9}$

Les événements C «tirer une boule de couleur primaire » et D « tirer une boule verte » sont contraires

Ainsi $P(C) = 1 - P(D) = 1 - \frac{3}{9} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$

Avec un arbre pondéré par les probabilités :



e) Expérience à deux épreuves

Sur l'arbre des possibles d'une expérience aléatoire à deux épreuves, une succession de deux branches est appelée un **chemin**.

La probabilité d'une issue qui correspond à un chemin est **le produit des probabilités rencontrées sur le chemin**.

Exemple : On joue d'abord à pile ou face , puis on fait tourner la roue.

L'issue « La pièce donne pile et la roue s'arrête sur le 2 » est notée (P ; 2)

La probabilité de cet événement est : $p((P ; 2)) = 1/12$



	1	1	2	3	3	3
Pile	(P, 1)	(P, 1)	(P, 2)	(P, 3)	(P, 3)	(P, 3)
Face	(F, 1)	(F, 1)	(F, 2)	(F, 3)	(F, 3)	(F, 3)