

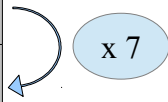
CHAPITRE : PROPORTIONNALITE

I. Situations de proportionnalité

a) Définition : Deux grandeurs sont dites proportionnelles lorsque les valeurs de l'une s'obtiennent en multipliant (ou divisant) par un même nombre les valeurs de l'autre.

Exemple : Les premiers mois de sa croissance, un bambou pousse de 7 cm par jour. La longueur du bambou et la durée de croissance sont des quantités proportionnelles.

Durée de croissance (en jours)	1	2	5	10	25
Longueur (en cm)	7	14	35	70	175



On passe de la première ligne à la deuxième en multipliant par 7 (7 : 1)
Ce nombre est appelé le **coefficient de proportionnalité**.

b) Compléter un tableau de proportionnalité

Si, dans un tableau de proportionnalité à quatre cases, on connaît trois valeurs sur quatre, alors on peut calculer la quatrième valeur, appelée quatrième proportionnelle.

Exemple : On paie 4,50 € pour 2kg de fruits achetés au poids.
Quel prix paiera-t-on pour l'achat de 6 kg des mêmes fruits ?

Masse des fruits (en kg)	2	6
Prix (en euros)	4,50	?

Coefficient de proportionnalité = $4,50/2$

$? = 6 \times \text{coefficient} = 6 \times (4,50/2)$

Ainsi, on obtient le résultat suivant : $? = \frac{6 \times 4,5}{2}$

II. Pourcentages

a) Appliquer un pourcentage :

Un pourcentage de t% traduit une situation de proportionnalité de coefficient $\frac{t}{100}$.

Pour calculer t % d'un nombre, on multiplie ce nombre par $\frac{t}{100}$

Exemples : Calculer

1) 65% de 540 : $\frac{540 \times 65}{100} = 351$

2) 10% de 48 : $\frac{48 \times 10}{100} = 4,8$

▪ Pourcentages particuliers

Appliquer ce pourcentage	Revient à	Exemple
10%	Diviser par 10	10 % de 27 = $27 : 10 = 2,7$
20%	Diviser par 5	20% de 40 = $40 : 5 = 8$
25%	Diviser par 4	25 % de 44 = $44 : 4 = 11$
33%	Environ diviser par 3	33 % de 120 $\approx 120 : 3 \approx 40$
50%	Diviser par 2	50% de 16 = $16 : 2 = 8$
60 %	Diviser par 10 puis multiplier par 6	60 % de 4 = $4/10 \times 6 = 2,4$
66%	Multiplier par 2/3	66 % de 90 $\approx 90 \times 2/3 \approx 60$
75%	Multiplier par 3/4	75 % de 16 = $16/4 \times 3 = 12$
100%	Multiplier par 1	100 % de 46 = 46
200%	Multiplier par 2	200 % de 52 = $52 \times 2 = 104$

b) Problème avec des pourcentages

Exemple : 25 % des élèves d'un collège sont en 5^e.

Cela signifie que sur 100 élèves, 25 sont en 5^e.

Dans ce collège, il y a 512 élèves. Calculer le nombre d'élèves en 5^e.

Nombre d'élèves en 5e	25	?
Nombre d'élèves du collège	100	512

$$? = \frac{25 \times 512}{100} = 128$$

Il y a 128 élèves en classe de 5^e.

On pouvait aussi voir que 25 est le quart de 100, donc on fait $512 : 4 = 128$.

c) Calculer un pourcentage

On calcule une quatrième proportionnelle dans un tableau de proportionnalité.

Exemple : 1 500 personnes ont été interrogées sur leur pratique sportive. 450 ont répondu qu'ils ne faisaient jamais de sport.

Quel est le pourcentage de personnes ne faisant jamais de sport ?

Nombre de personnes interrogées	1 500	100
Nombre de personnes ne pratiquant pas de sport	450	?

$$? = \frac{450 \times 100}{1500} = 30$$

Ainsi 30 % des personnes interrogées ne pratiquent pas de sport.

III. Echelles

a) Définition : Les longueurs sur les cartes ou sur « un dessin à l'échelle » sont proportionnelles aux longueurs réelles.

L'échelle d'une carte est le quotient d'une longueur mesurée sur la carte par la longueur réelle correspondante. Les longueurs étant exprimées dans la même unité.

$$\text{Echelle} = \frac{\text{Longueur sur la carte}}{\text{Longueur réelle}}$$

L'échelle est le coefficient de proportionnalité par lequel on multiplie les longueurs réelles pour obtenir les longueurs sur la carte ou le dessin.

Exemples :

1) Un insecte mesure 3 mm de longueur, on le représente sur le dessin par une longueur de 6 cm (= 60 mm).

$$\text{L'échelle du dessin est : } E = \frac{60}{3} = 20$$

2) La distance réelle entre deux villes est de 65 km. Quelle est, en cm, la distance correspondante sur une carte routière à l'échelle $\frac{1}{250\,000}$?

L'échelle est de $\frac{1}{250\,000}$, cela signifie que 1 cm sur la carte correspond à 250 000 cm en réalité.

Distance réelle en cm	250 000	6 500 000
Distance sur la carte en cm	1	?

$$? = \frac{6500000 \times 1}{250000} = 26$$

Ainsi, sur la carte la distance est de 26 cm.

Remarques :

- Si $E > 1$ alors le dessin est un agrandissement
- Si $E < 1$ alors le dessin est une réduction

IV. Conversion de durées

a) Heure-minute en minutes : On multiplie les heures par 60

Exemple : 3h 20 min = $3 \times 60 + 20 = 180 + 20 = 200$ min

b) Heure-minute en heure décimale : On divise les minutes par 60

Exemple : 4h 12min = $4 + \frac{12}{60} = 4 + 0,2 = 4,2$ h

c) Heure décimale en minute : On multiplie les minutes par 60

Exemple : 1,5h = 1 + 0,5 h $0,5 \times 60 = 30$ donc 1,5h = 1h30min