

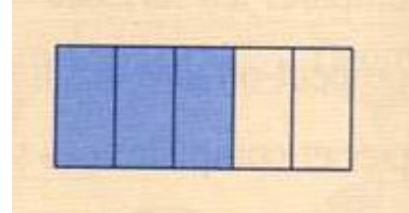
CHAPITRE : ECRITURES FRACTIONNAIRES

I. Ecriture fractionnaire d'un quotient

a) Fraction d'une surface :

Cette figure est partagée en cinq parties égales

Chaque partie représente $\frac{1}{5}$ de la figure.



On a colorié 3 parties soit $3 \times \frac{1}{5}$ ou $\frac{3}{5}$ de la figure.

b) Quotients : a et b désignent deux nombres avec b non nul.

Le quotient de a par b, c'est-à-dire le nombre qui multiplié par b donne a, admet pour écriture fractionnaire $\frac{a}{b}$ (lire « a sur b »)

a s'appelle le **numérateur**, b s'appelle le **dénominateur**

Conséquence : D'après cette définition : $b \times \frac{a}{b} = a$

Exemple : $3 \times \frac{5}{3} = 5$ $\frac{11}{7} \times 7 = 11$

c) Fractions : Lorsque a et b désignent des nombres entiers, on dit que l'écriture fractionnaire $\frac{a}{b}$ s'appelle une **fraction**.

Vocabulaire : $\frac{7}{2}$ se lit « 7 demis » ; $\frac{7}{3}$ se lit « 7 tiers » ; $\frac{7}{4}$ se lit « 7 quarts ».

d) Deux exemples :

▪ Valeur exacte : Le quotient $\frac{7,5}{3}$ est tel que : $\frac{7,5}{3} \times 3 = 7,5$

En effectuant la division, on obtient $7,5 : 3 = 2,5$.

Ainsi $\frac{7,5}{3}$ est un nombre décimal, $\frac{7,5}{3} = 2,5$

▪ Valeur approchée : La fraction $\frac{7}{3}$ est telle que : $\frac{7}{3} \times 3 = 7$

En effectuant la division, on obtient $7 : 3 \approx 2,33\dots$

Ainsi $\frac{7}{3}$ n'est pas un nombre décimal mais son produit par 3 donne un nombre entier.

e) Proportion et fréquence

Définition : La proportion ou fréquence d'une quantité a par rapport à une quantité b non nulle est égale au quotient $\frac{a}{b}$

Exemple : Dans un collège, il y a 600 élèves.
Parmi ces élèves, 360 se rendent au collège en bus.

On dit alors que la proportion d'élèves utilisant le bus pour se rendre au collège est $\frac{360}{600}$

On peut donner une écriture simplifiée de cette proportion

$$\frac{360}{600} = \frac{360:120}{600:120} = \frac{3}{5}$$

Cela signifie que 3 élèves sur 5 se rendent au collège en bus.

II. Ecritures fractionnaires égales

a) Propriété : Un quotient ne change pas lorsqu'on multiplie ou divise son numérateur et son dénominateur par un même nombre différent de zéro.

Exemples : $\frac{2}{3} = \frac{2 \times 4}{3 \times 4} = \frac{8}{12}$ $\frac{5,3}{0,25} = \frac{5,3 \times 100}{0,25 \times 100} = \frac{530}{25}$ $\frac{18}{14} = \frac{18:2}{14:2} = \frac{9}{7}$

b) Simplification de fraction : Lorsqu'on écrit une fraction avec des numérateurs et des dénominateurs plus petits, on dit que l'on simplifie la fraction.

Exemple : Simplifier la fraction $\frac{21}{45} = \frac{21:3}{45:3} = \frac{7}{15}$

c) Division de deux nombres

Pour diviser par un nombre décimal, on écrit une écriture fractionnaire égale au quotient cherché mais avec un dénominateur entier.

Exemples :

Calculer le quotient de 3,42 par 0,4 (soit $3,42 : 0,4$)

$$3,42 : 0,4 = \frac{3,42}{0,4} = \frac{3,42 \times 10}{0,4 \times 10} = \frac{34,2}{4} = 34,2 : 4 = 8,55$$

$$\begin{array}{r} 3 \quad 4, \quad 2 \quad 0 \quad | \quad 4 \\ \quad 2 \quad 2 \quad \quad \quad | \quad 8, \quad 5 \quad 5 \\ \quad \quad 2 \quad 0 \quad \quad \quad | \\ \quad \quad \quad 0 \quad \quad \quad \quad | \end{array}$$

Calculer une valeur approchée au dixième du quotient de 5 par 9,41

$$5 : 9,41 = \frac{5}{9,41} = \frac{5 \times 100}{9,41 \times 100} = \frac{500}{941} \approx 0,5$$

$$\begin{array}{r} 5 \quad 0 \quad 0, \quad 0 \quad | \quad 9 \quad 4 \quad 1 \\ 5 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad | \quad 0, \quad 5 \\ \quad 2 \quad 9 \quad 5 \quad \quad \quad | \end{array}$$

III. Comparaison d'écritures fractionnaires

a) Comparaison au nombre 1

Si le numérateur d'un nombre en écriture fractionnaire est supérieur à son dénominateur, alors ce nombre est supérieur à 1. Si $a > b$ et $b \neq 0$ alors $\frac{a}{b} > 1$

Si le numérateur d'un nombre en écriture fractionnaire est inférieur à son dénominateur, alors ce nombre est inférieur à 1. Si $a < b$ et $b \neq 0$ alors $\frac{a}{b} < 1$

Si le numérateur et le dénominateur sont égaux, alors ce nombre est égal à 1.

$$\text{Si } a = b \text{ et } b \neq 0 \text{ alors } \frac{a}{b} = 1$$

Exemples : $\frac{123}{156} < 1$ car $123 < 156$; $\frac{65}{23} > 1$ car $65 > 23$; $\frac{2015}{2015} = 1$ car $2015 = 2015$

b) Comparaison de fractions ayant le même dénominateur

Deux fractions ayant le même dénominateur sont rangés dans l'ordre de leurs numérateurs

$$\text{Si } a < b \text{ et } c \neq 0, \text{ alors } \frac{a}{c} < \frac{b}{c} \quad \text{Exemple : } \frac{287}{96} < \frac{288}{96} \text{ car } 287 < 288$$

c) Comparaison de fractions n'ayant pas le même dénominateur

- Il faut d'abord les réduire au même dénominateur
- Puis les comparer selon la règle précédente

Exemple : Comparer les fractions $\frac{9}{4}$ et $\frac{23}{12}$

1. On commence par les réduire au même dénominateur : $\frac{9}{4} = \frac{9 \times 3}{4 \times 3} = \frac{27}{12}$

2. Les fractions $\frac{27}{12}$ et $\frac{23}{12}$ ont le même dénominateur, on compare les numérateurs.

Comme $27 > 23$ alors $\frac{27}{12} > \frac{23}{12}$

3. On en déduit que $\frac{9}{4} > \frac{23}{12}$