CHAPITRE V : STATISTIQUES

Les statistiques est le domaine des mathématiques dont le but est d'organiser de grandes masses de données pour les utiliser et les interpréter.

Elles sont utiles dans les sciences (notamment humaines : économie, sociologie, démographie, …) et dans des domaines appliqués : commerce, médecine, …

I. Vocabulaire des statistiques

Population : Ensemble des individus auxquels on s'intéresse

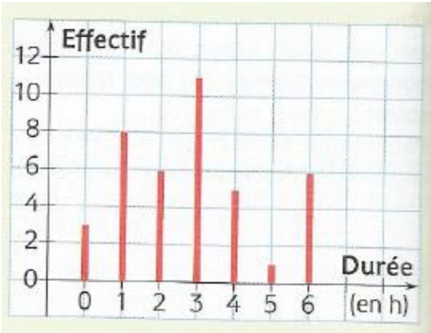
Caractère : Donnée étudiée sur les individus, il est soit qualitatif ou quantitatif

Valeurs prises par le caractère : Sous-ensembles possibles du caractère

Effectif d'une valeur : Nombre de fois où la valeur apparaît

Exemple :
40 élèves ont été interrogés sur le nombre d'heures passées à chatter sur internet

Population : Les 40 élèves
Caractère quantitatif : nombre d'heures
Valeurs prises par le caractère : 0 heure, 1 heure, 2 heures, …
Effectif de la valeur 3 heures : 11 élèves



II. Fréquence

a) Définition : Pour une population et un caractère donnés

$$Fréquence\ d'une\ valeur = \frac{Effectif\ de\ la\ valeur}{Effectif\ total}$$

b) Propriété :

- La fréquence d'une valeur est un nombre inférieur ou égal à 1
- La somme des fréquences des différentes valeurs est égale à 1
- On peut aussi exprimer les fréquences en pourcentages en multipliant par 100

Exemple : Ce matin, une boulangère a vendu 44 pains dont 12 pains de campagne, 22 baguettes et 10 pains ronds.

- Fréquence de la valeur pain de campagne = $\frac{12}{44} = \frac{3}{11} \approx 0{,}27$ soit environ 27%
- Fréquence de la valeur baguette = $\frac{22}{44} = \frac{1}{2} = 0{,}5$ soit 50%
- Fréquence de la valeur pain rond = $\frac{10}{44} = \frac{5}{22} \approx 0{,}23$ soit environ 23%
- Somme des fréquences ≈ 0,27 + 0,5 + 0,23 ≈ 1

III. Moyenne pondérée

a) Définition :

La moyenne pondérée d'une série de données est égale à la somme des produits de chaque valeur par son coefficient divisée par l'effectif total.

Exemple : On a interrogé 25 familles pour étudier le nombre de téléphones mobiles que chacun possède.

Nombre de tel portable	0	1	2	3	Total
Effectif (ou coefficient)	3	5	7	10	25

$$Moyenne = \frac{0 \times 3 + 1 \times 5 + 2 \times 7 + 3 \times 10}{25} = \frac{49}{25} = 1{,}96$$

Une famille possède, en moyenne, 1,96 téléphones portables.

IV. Médiane

a) Définition : La médiane d'une série de données est un nombre qui partage cette série en deux série de même effectif.

Remarque : **La médiane n'est pas forcément une donnée de la série**

b) Détermination de la médiane :

- On considère une série de données rangées dans **l'ordre croissant.**

Cas où l'effectif total est impair	Cas où l'effectif total est pair
Exemple : N = 7 8 10 12 13 14 15 18 On calcule N/2 = 7/2 = 3,5 La médiane est alors la 4e valeur La médiane de cette série est 13	*Exemple* : N = 10 1 2 5 7 9 10 11 11 16 17 On calcule N/2 = 10/2 = 5 La médiane est entre la 5e et la 6e valeur, On prendra la valeur centrale : (9+10)/2 = 9,5 La médiane de cette série est 9,5.

- Application : Série de lancers de javelot

Longueur (en m)	37	39	40	41	42	43	46	48	49
Effectif	4	3	4	3	2	5	3	1	1

L'effectif total est : N = 4 + 3 + 4 + 3 + 2 + 5 + 3 + 1 + 1 = 26

N/2 = 26/2 = 13 ; ainsi la médiane est la valeur centrale entre la 13^{e} et la 14^{e} valeur.

Pour déterminer la valeur, on cumule les effectifs : 4 + 3 + 4 + 3 = 14

Comme la 13^{e} et la 14^{e} valeur sont 41m et la médiane M vaut 41m.

Il y a 14 longueurs inférieures ou égales à 41m.

V. Etendue

a) Définition : L'étendue d'une série statistique est la différence entre la plus grande et la plus petite des valeurs.

b) Détermination de l'étendue :

Exemple :
Voici les températures relevées au cours d'une journée : 5 ; 3 ; 6 ; 12 ; 15 ; 8 ; 7
La valeur la plus grande est 15 ; la valeur la plus petite est 3.
15 – 3 = 12 L'étendue de cette série est 12

VI. Quartiles

a) Définition : Les valeurs d'une série statistique étant rangées par ordre croissant :

- le premier quartile est la plus petite valeur Q1 de la série telle qu'au moins un quart des valeurs de la série sont inférieures ou égales à Q1
- le troisième quartile est la plus petite valeur Q3 de la série telle qu'au moins les trois quarts des valeurs de la série sont inférieures ou égales à Q3

b) Détermination des quartiles :

Cas où l'effectif total est divisible par 4	Cas où l'effectif total n'est pas divisible par 4
Exemple : N = 60 N/4 = 60/4 = 15 Q1 est la 15e valeur 3N/4 = $\frac{3N}{4} = \frac{3}{4} \times 60 = 45$ Q3 est la 45e valeur	Exemple : N = 41 N/4 = 41/4 = 10,25 Q1 est la 11e valeur 3N/4 = $\frac{3 \times 41}{4} = 30{,}75$ Q3 est la 31e valeur

- Application : Série de lancers de javelot

Longueur (en m)	37	39	40	41	42	43	46	48	49
Effectif	4	3	4	3	2	5	3	1	1

L'effectif total est : N = 4 + 3 + 4 + 3 + 2 + 5 + 3 + 1 + 1 = 26
N/4 = 26/4 = 6,5 ; ainsi Q1 est la 7^e valeur ; Q1 = 39
3N/4 = 3x26/4 = 19,5 ; ainsi Q3 est la 20^e valeur ; Q3 = 43
Au moins le quart des lancers ont une longueur inférieure ou égale à 39m.
Au moins trois quarts des lancers ont une longueur inférieure ou égale à 43m.