

CHAPITRE XV : SYSTEME D'EQUATIONS

I. Définitions

◀ $3x - 2y = 5$ s'appelle une **équation du 1er degré à deux inconnues**

◀ $\begin{cases} 3x + 2y = 4 \\ 2x + y = 3 \end{cases}$ s'appelle un **système d'équations du 1^{er} degré à deux inconnues**

II. Résolution par combinaison

Résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} 3x + 2y = 4 & E1 \\ 2x + y = 3 & E2 \end{cases}$$

1. On combine les deux équations pour éliminer une des deux inconnues.

• Pour cela on multiplie une voire les deux équations par un nombre afin d'obtenir la même quantité de « x » ou de « y ».

• Ici, on calcule $2 \times E2$ pour obtenir la même quantité de « y » dans les deux équations

$$2 \times E2: 4x + 2y = 6$$

On obtient le système équivalent : $\begin{cases} 3x + 2y = 4 & E1 \\ 4x + 2y = 6 & E'2 \end{cases}$

2. On soustrait E1 par E'2 :

$$\begin{array}{r} \begin{cases} 3x + 2y = 4 \\ 4x + 2y = 6 \end{cases} \\ \hline -x \qquad \qquad = -2 \end{array} \qquad \text{Donc } x = 2$$

3. On cherche la valeur de « y »

On remplace x par sa valeur dans une des deux équations :

Dans $E2$: $2 \times 2 + y = 3$ donc $y = 3 - 4 = -1$

Le système admet une unique solution : le couple (2 ; -1)

4. Vérification

On remplace x et y par leurs valeurs dans les deux équations

$$3 \times 2 + 2 \times (-1) = 6 - 2 = 4$$

$$2 \times 2 + (-1) = 4 - 1 = 3$$

III. Interprétation graphique

Définition : Interpréter graphiquement un système consiste à associer une droite à chacune des équations du système. Les deux droites représentent deux fonctions affines associées au système.

Les coordonnées du point d'intersection de ces deux droites, si le point existe, constituent la solution du système.

Exemple : Résoudre graphiquement le système précédent

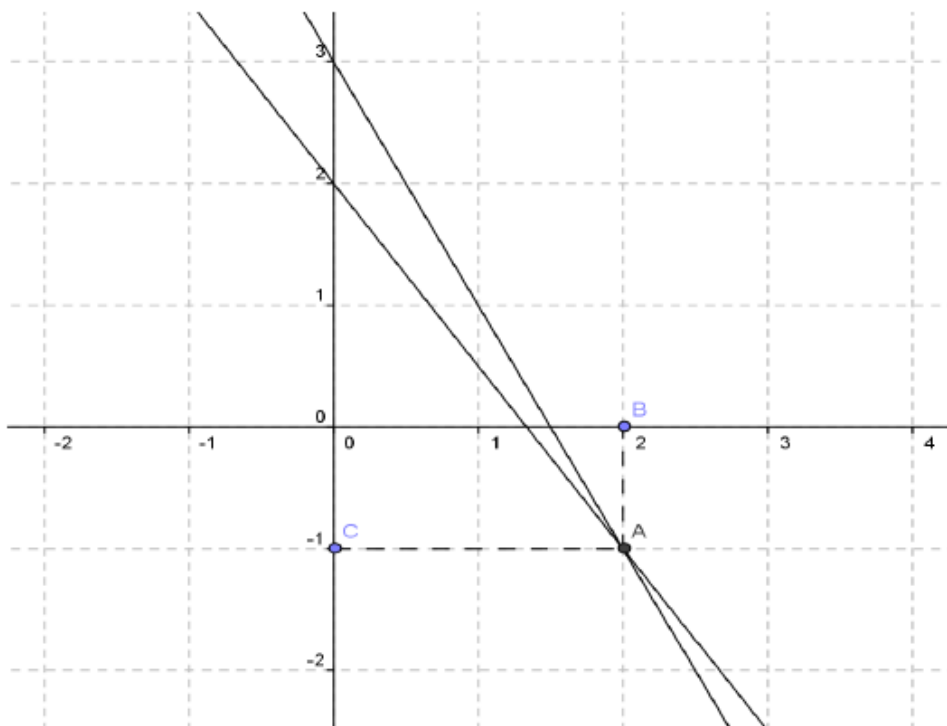
$$\begin{cases} 3x + 2y = 4 \\ 2x + y = 3 \end{cases}$$

1. On cherche les équations de droite associées au système

On isole la variable « y » à gauche.

$$\begin{cases} 2y = 4 - 3x \\ y = 3 - 2x \end{cases} \quad \begin{cases} y = \frac{4-3x}{2} \\ y = 3 - 2x \end{cases} \quad \begin{cases} y = \frac{-3}{2}x + 2 \\ y = -2x + 3 \end{cases}$$

2. On représente graphiquement ces deux droites



Les coordonnées du point d'intersection A sont la solution du système, ainsi (2 ; -1) est la solution.