Nom :
Prénom :
Classe :

Lycée Blaise Pascal

BAC Blanc
STI2D/STL (SPCL)

Lundi 19 Mars 2018   8h-12h

Epreuve de Mathématiques

Durée de l'épreuve 4 heures

Ce sujet comporte 4 exercices, il est constitué de 4 pages.

Attention le sujet est à rendre avec la copie

Le candidat traitera les 4 exercices.

Pour l'ensemble des questions, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même infructueuse, sera prise en compte pour l'évaluation.

Les calculatrices sont autorisées, les échanges entre élèves sont interdits.

Une seule calculatrice est autorisée sur la table.

Exercice 1 : 4 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM).
Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses est exacte. Aucune justification n'est demandée.
Une bonne réponse rapporte un point. Une mauvaise, plusieurs réponses ou l'absence de réponse à une question ne rapportent ni n'enlèvent de point.
Indiquer sur la copie le numéro de la question et la réponse correspondante choisie.

1. **Une primitive de f définie pour $x > 0$ par $f(x) = 3x + \frac{2}{x}$ est la fonction F telle que :**

a. $F(x) = 3x^2 + \ln(x^2)$ b. $F(x) = \frac{3x^2}{2} + 2\ln x$ c. $F(x) = 3 - \frac{2}{x^2}$ d. $F(x) = 6x - 2\ln x$

2. **$\ln(128)$ est égale à :**

a. $\ln(2) + \ln(7)$ b. $7\ln(2)$ c. $2\ln(14)$ d. $\ln(120) + \ln(8)$

3. **Soit $z = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$. Alors l'écriture exponentielle du conjugué de z est :**

a. $\bar{z} = e^{-\frac{i\pi}{3}}$ b. $\bar{z} = \frac{1}{2}e^{\frac{i\pi}{6}}$ c. $\bar{z} = \frac{1}{2}e^{-\frac{i2\pi}{3}}$ d. $\bar{z} = e^{-\frac{i2\pi}{3}}$

4. **Soit $z = 2e^{-i\frac{\pi}{4}}$. Son inverse est égal à :**

a. $\frac{1}{2}e^{-i\frac{\pi}{4}}$ b. $-2e^{-i\frac{\pi}{4}}$ c. $2e^{i\frac{\pi}{4}}$ d. $\frac{1}{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$

Exercice 2 : 4 points

Partie A :

1. Calculer : $\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{4}$

2. Ensuite, calculer à l'aide des formules d'addition les valeurs exactes de $\cos\frac{7\pi}{12}$ et $\sin\frac{7\pi}{12}$

Rappel des formules d'addition :

cos (a – b) = cos a cos b + sin a sin b *sin (a + b) = sin a cos b + sin b cos a*
cos (a + b) = cos a cos b – sin a sin b *sin (a – b) = sin a cos b – sin b cos a*

Partie B : On note $\mathbb{C}$ l'ensemble des nombres complexes, et i le nombre complexe de module 1 et d'argument $\frac{\pi}{2}$.

On considère les nombres complexes définis par : $z_1 = 1 + i\sqrt{3}$ $z_2 = e^{\frac{i\pi}{4}}$ $z_3 = e^{\frac{i7\pi}{12}}$

1. Déterminer la forme exponentielle de z_1

2. Déterminer la forme algébrique de z_2.

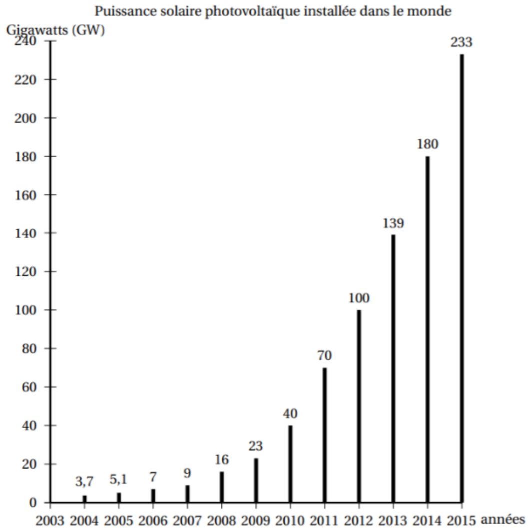
3. Démontrer que $z_1 \times z_2 = 2 \times z_3$

4. En déduire l'écriture algébrique de z_3

5. En déduire que : $cos\left(\frac{7\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$ **et** $sin\left(\frac{7\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$

<u>Exercice 3</u> : 6 points

L'énergie photovoltaïque voit son coût baisser de façon importante depuis plusieurs années, ce qui engendre une croissance forte de ce secteur. L'évolution de la puissance solaire photovoltaïque installée dans le monde entre fin 2004 et fin 2015 est résumée dans le graphique ci-dessous :



1. Calculer les pourcentages d'augmentation annuels entre 2013 et 2014 ainsi qu'entre 2014 et 2015. (arrondir à 10^{-1})

2. On se propose d'estimer la puissance solaire photovoltaïque installée dans le monde dans les 15 ans à venir, si le taux de croissance annuel reste constant et égal à 30%
   On note P_n la puissance solaire photovoltaïque installée dans le monde, en GW, à la fin de l'année 2015 + n.
   On a ainsi $P_0 = 233$.
   a) Calculer P_1 puis P_2 (arrondir à 10^{-1})
   b) Exprimer P_{n+1} en fonction de P_n.
   c) En déduire la nature de la suite (P_n) et donner ses éléments caractéristiques (raison, terme initial).
   d) Exprimer P_n en fonction de n.
   e) Calculer la puissance solaire photovoltaïque, en GW, installée dans le monde fin 2025 (arrondir à l'unité).
   f) Quel est le pourcentage global d'augmentation de cette puissance solaire mondiale entre 2015 et 2025 (arrondir à l'unité).

3. On veut déterminer l'année durant laquelle la puissance solaire photovoltaïque installée dans le monde atteindrait 16 000 GW.
   Pour atteindre cette puissance, les panneaux photovoltaïques occuperaient au sol l'équivalent d'un carré de 400 km de côté et suffiraient pour produire toute l'électricité consommée dans le monde (consommation domestique, industrielle et des transports).

   a) On considère l'algorithme ci-dessous (à gauche).
   Recopier et compléter les lignes 3 et 7 (de l'ancienne version) afin que cet algorithme réponde à la question posée

Ancienne version

```
1/ Affecter à N la valeur 0
2/ Affecter à P la valeur 233
3/ Tant que ...
4/ Affecter à N la valeur N + 1
5/ Affecter à P la valeur P × 1,30
6/ Fin Tant que
7/ Afficher ...
```

Nouvelle version (bac 2018)

```
1/ N ← 0
2/ P ← 233
3/ Tant que .............
4/ N ← N+1
5/ P ← P x 1,30
6/ Fin Tant que
```

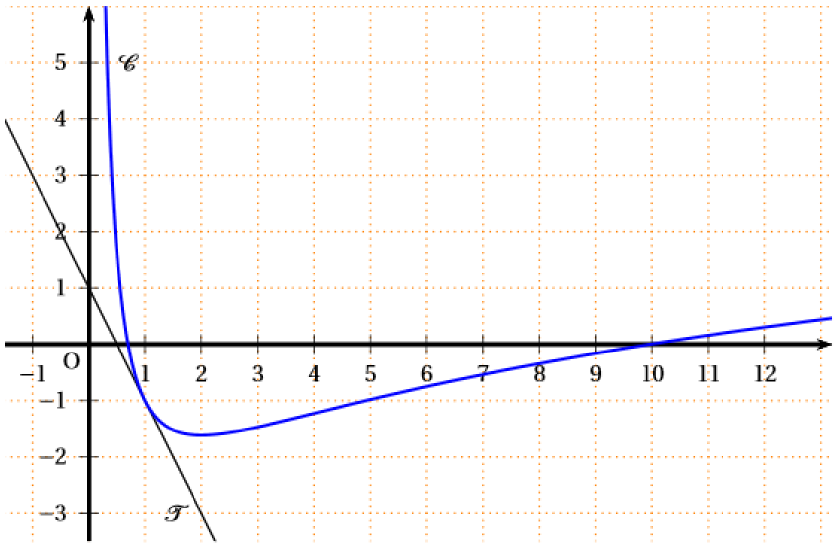
   b) En faisant tourner cet algorithme complété, déterminer l'année durant laquelle la puissance solaire photovoltaïque installée dans le monde dépasserait 16 000 GW.

   c) Proposer une autre méthode, directe et non algorithmique, pour répondre à la question précédente en détaillant la démarche utilisée.

Exercice 4 : 6 points

Partie A

f est une fonction définie et dérivable sur l'intervalle]0 ;+∞[.
f' désigne la fonction dérivée de f.
$\mathscr{C}$ est la représentation graphique de la fonction f dans un repère orthonormal.
$\mathscr{T}$ est la tangente à C au point de coordonnées (1 ;-1).
$\mathscr{T}$ passe par le point de coordonnées (0 ;1).



1. a. Par lecture graphique, déterminer $f(1)$.
   b. Déterminer $f'(1)$.
   c. Donner une équation de T.

2. On sait que $f(x)$ est de la forme $f(x) = 2\ln x + \frac{a}{x} + b$ où a et b sont des nombres réels.
   a. Calculer $f'(x)$.
   b. Déterminer alors les valeurs de a et b.

Partie B

Soit la fonction définie par $f(x) = 2\ln x + \frac{4}{x} - 5$.

1. a. Déterminer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.
   b. On admet que $\lim\limits_{x \to 0} f(x) = +\infty$. Que peut-on en déduire graphiquement ?
2. a. Pour tout nombre réel x appartenant à]0 ;+∞[, vérifier que $f'(x) = \frac{2x-4}{x^2}$.
   b. Etudier le signe de f' sur]0 ;+∞[,
3. Etablir le tableau de variations de f sur]0 ;+∞[.
4. En précisant votre démarche, donner le nombre de solution(s) de l'équation $f(x) = 0$, pour x appartenant à]0 ;+∞[.
5. a. Donner le signe de $f(x)$ pour x appartenant à [1 ;3].
   b. Montrer que la fonction F définie pour x appartenant à]0 ;+∞[par $F(x) = (2x + 4)\ln x - 7x$ est une primitive de f.