

<i>Suites –Complexes</i>	Devoir maison n°2	Nom : Classe : TS2
--------------------------	--------------------------	-----------------------

Exercice 1 :

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 1$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + n - 2$

1. Calculer u_1 ; u_2 et u_3 .
2. a) Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel $n \geq 4$, $u_n \geq 0$
 b) Déduisez-en que pour tout entier naturel $n \geq 5$, $u_n \geq n - 3$
 c) Déduisez-en la limite de la suite (u_n) ?

3. On définit la suite (v_n) par : pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_n = -2u_n + 3n - \frac{21}{2}$

- a) Démontrez que la suite (v_n) est une suite géométrique. Précisez sa raison et v_0 .
- b) Déduisez-en que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = \frac{25}{4} \left(\frac{1}{3}\right)^n + \frac{3}{2}n - \frac{21}{4}$
- c) Soit S_n définie par, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $S_n = \sum_{k=0}^n u_k$

Déterminer l'expression de S_n en fonction de n .

Indice : séparer la somme en trois parties indépendantes et revoir les sommes des suites arithmétiques et les sommes des suites géométriques.

Exercice 2 : Résoudre dans \mathbb{C} , les équations suivantes :

a) $2z + i\bar{z} = 4$ b) $\frac{z+i}{z-i} = 5$ c) $-2z^2 + 3z - 2 = 0$ d) $\frac{3z^2+2z-4}{z^2+3} = 1$

Exercice 3 :

Soit l'équation $(E) : z^4 + 2z^3 - z - 2 = 0$ ayant pour inconnue le nombre complexe z .

1. Trouver une solution entière de (E) .
2. Démontrer que, pour tout nombre complexe z , $z^4 + 2z^3 - z - 2 = (z^2 + z - 2)(z^2 + z + 1)$
3. Résoudre l'équation (E) dans l'ensemble des nombres complexes.