Mercredi 25 septembre 2019

Suites	**Contrôle n°1 – 1h** Avec calculatrice	Nom : Classe : TS2

Exercice 1 : *(6 pts)* Déterminer les limites suivantes

a) $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{3n^3+4n^2-6}{7n^3-189}$ b) $\lim\limits_{n\to+\infty} (3^n - 2^n)$ c) $\lim\limits_{n\to+\infty} -6n^2 + 5 + \frac{1}{n}$ d) $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{n+\sin(n)}{n^2}$

Exercice 2 : *(10 pts)*

Le directeur d'une réserve marine a recensé 3 000 cétacés dans cette réserve au 1er juin 2017. Il est inquiet car il sait que le classement de la zone en « réserve marine » ne sera pas reconduit si le nombre de cétacés de cette réserve devient inférieur à 2 000.

Une étude lui permet d'élaborer un modèle selon lequel, chaque année :

- Entre le 1er juin et le 31 octobre, 80 cétacés arrivent dans la réserve marine ;
- Entre le 1er novembre et le 31 mai, la réserve subit une baisse de 5% de son effectif par rapport à celui du 31 octobre qui précède.

On modélise l'évolution du nombre de cétacés par une suite (u_n). Selon ce modèle, pour tout entier naturel n, $u_n$désigne le nombre de cétacés au 1er juin de l'année $2017 + n$.

On a donc $u_0 = 3\,000$.

1. Justifier que $u_1 = 2926$.

2. Justifier que, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 0{,}95u_n + 76$

3. a) Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n, $u_n \geq 1520$.

b) Démontrer que la suite est décroissante.

c) Justifier que la suite est convergente. On ne cherchera pas la valeur de la limite.

4. a) Compléter l'algorithme suivant pour déterminer l'année à partir de laquelle le nombre de cétacés présents dans la réserve marine sera inférieur à 2 000.

```
n ← 0
u ← 3000
Tant que ...
    n ← ...
    u ← ...
Fin de Tant que
```

4. b) Trouver la valeur numérique de cette année en programmant cet algorithme sur votre calculatrice.

Exercice 3 : *(4 pts)*

Soit (u_n) une suite définie par $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = \frac{u_n}{1+u_n}$ pour tout entier naturel $n \geq 1$

Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n, $u_n = \frac{2}{2n+1}$