Suites *Nombres complexes*	**Contrôle n°2**	Nom : Classe : TS2

Exercice 1 : *(10 pts)*

Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 3$, $u_1 = 6$ et, pour tout entier naturel n :

$$u_{n+2} = \frac{5}{4}u_{n+1} - \frac{1}{4}u_n$$

Le but de cet exercice est d'étudier la limite éventuelle de la suite (u_n).

Partie A :

On souhaite calculer les valeurs des premiers termes de la suite (u_n) à l'aide d'un tableur. On a reproduit ci-dessous une partie d'une feuille de calcul, où figurent les valeurs de u_0 et de u_1.

	A	B
1	n	u_n
2	0	3
3	1	6
4	2	
5	3	
6	4	
7	5	

1. Donner une formule qui, saisie dans la cellule B4, puis recopiée vers le bas, permet d'obtenir des valeurs de la suite (u_n) dans la colonne B.

2. Compléter le tableau ci-dessus. On donnera des valeurs approchées à 10^{-3} près de u_n pour n allant de 2 à 5.

3. Que peut-on conjecturer à propos de la convergence de la suite (u_n) ?

Partie B : Etude de la suite

On considère les suites (v_n) et (w_n) définies pour tout entier naturel n par :

$$v_n = u_{n+1} - \frac{1}{4}u_n \qquad \text{et} \qquad w_n = u_n - 7$$

1. a) Montrer que (v_n) est une suite constante.

b) En déduire que, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = \frac{1}{4}u_n + \frac{21}{4}$

2. a) En utilisant le résultat de la question 1. b) montrer par récurrence que, pour tout entier naturel n, $u_n < u_{n+1} < 15$.

b) En déduire que la suite est convergente.

3. a) Démontrer que la suite (w_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.

b) En déduire que, pour tout entier naturel n, $u_n = 7 - \left(\frac{1}{4}\right)^{n-1}$

c) Calculer la limite de la suite (u_n).

Exercice 2 : *(2 pts)* Donner la forme algébrique des nombres complexes suivants

$$Z_1 = (3-i)^2 - (6i+4) \qquad Z_2 = \frac{2-5i}{3+2i}$$

Exercice 3 : *(3 pts)* Résoudre dans $\mathbb{C}$ les équations suivantes

1. $\frac{z-2i}{z+2} = 4i$ 2. $(iz - 2 + i)(2i\bar{z} + i - 2) = 0$

3. $z^2 - 2z + 3 = 0$

Exercice 4 : *(5 pts)* Dans le plan complexe, A, B et C sont les points d'affixes

$$z_A = 3 + 2i \qquad z_B = -5 + 2i \qquad z_C = -3i$$

a) Placer les points A, B, C dans un repère complexe.

b) Déterminer les affixes des points A' et B' milieux respectifs de [BC] et [AC].

c) Déterminer l'affixe du point G défini par $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AA'}$. Quel est le nom de ce point ?

d) Démontrer que les points B', G et B sont alignés.