

Suites - Complexes Limites de fonctions	Devoir maison n°3	Nom : Classe : TS2
--	-------------------	-----------------------

Exercice 1 :

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct (O, \vec{u}, \vec{v}) . L'unité graphique est 4 cm.

Soit λ un nombre complexe non nul et différent de 1.

On définit, pour tout entier naturel n , la suite (z_n) de nombres complexes par :

$$\begin{cases} z_0 = 0 \\ z_{n+1} = \lambda z_n + i \end{cases}$$

On note M_n le point d'affixe z_n .

1. Calcul de z_n en fonction de n et de λ .

a. Vérifier les égalités: $z_1 = i$; $z_2 = (\lambda + 1)i$; $z_3 = (\lambda^2 + \lambda + 1)i$.

b. Démontrer que, pour tout entier n positif ou nul on a $z_n = \frac{\lambda^n - 1}{\lambda - 1}i$.

2. Étude du cas $\lambda = i$.

a. Montrer que $z_4 = 0$.

b. Pour tout entier naturel n , exprimer z_{n+4} en fonction de z_n .

c. Représenter les points M_0, M_1, M_2, M_3 et M_4 dans le repère (O, \vec{u}, \vec{v}) .

Exercice 2 :

Dans chacun des cas déterminer les limites indiquées.

1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x^2 - 1}$

2. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + 4x} - x$

3. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 + 2x^2 - x - 2}{x^2 - 4}$

4. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{3x} - 3}{x - 3}$

Exercice 3 :

f est la fonction définie sur $] -\infty ; 1[\cup] 1 ; 3[\cup] 3 ; +\infty[$ par :

$$f(x) = 5 + \frac{2}{1-x} + \frac{1}{2x-6}$$

C_f est la courbe représentative de la fonction f représentée ci-contre avec l'une de ses asymptotes.

Démontrer que :

- C_f admet trois asymptotes dont on donnera une équation.
- C_f coupe son asymptote horizontale en un seul point T. Donner les coordonnées de T.

