

Fonction exponentielle Géométrie dans l'espace	<b>Contrôle n°5 – 1h45min</b> Avec calculatrice	Nom : Classe : TS2
---	--	-----------------------

**Exercice 1 : 5 pts**

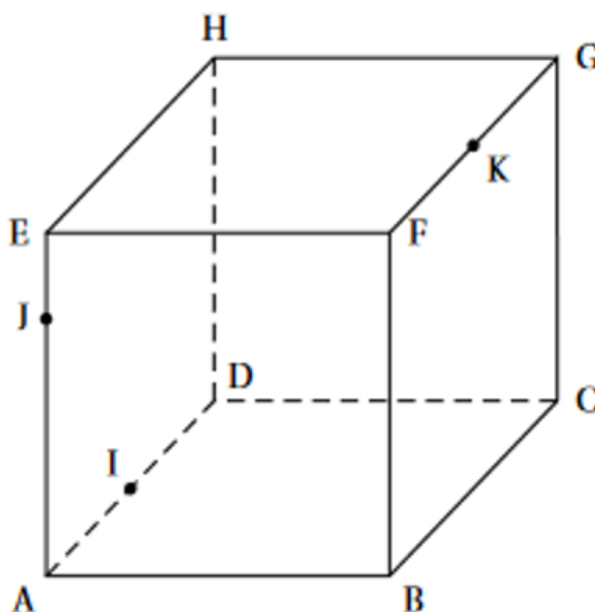
La figure ci-dessous représente un cube ABCDEFGH.

Les trois points I, J, K sont définis par les conditions suivantes :

- I est le milieu du segment [AD] ;
- J est tel que  $\vec{AJ} = \frac{3}{4}\vec{AE}$  ;
- K est le milieu du segment [FG].

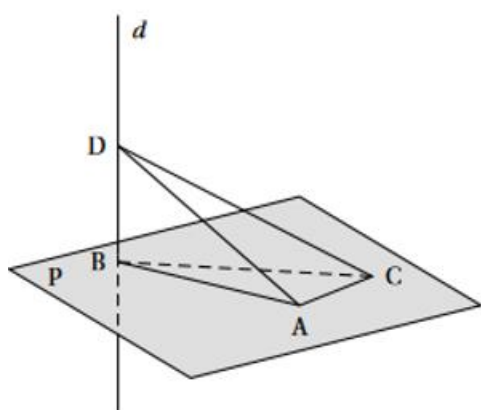
1. Sur la figure, construire le point d'intersection P du plan (IJK) et de la droite (EH). Justifier.  
*On laissera les traits de construction.*

2. Tracer sur la figure ci-dessous, sans justifier, la section du cube par le plan (IJK).


**Exercice 2 : 5 pts**

Dans un plan P, on considère un triangle ABC rectangle en A.

Soit  $d$  la droite orthogonale au plan P passant par B. On considère un point D de cette droite distinct du point B.



1. Montrer que la droite (AC) est orthogonale au plan (BAD).

*On appelle bicoïn un tétraèdre dont les quatre faces sont des triangles rectangles.*

2. Montrer que le tétraèdre ABCD est un bicoïn.

3. Justifier que l'arête [CD] est la plus longue arête du bicoïn ABCD.

4. On note I le milieu de l'arête [CD]. Montrer que le point I est équidistant des 4 sommets du bicoïn ABCD.



### Exercice 3 : 10 pts

La vasopressine est une hormone favorisant la réabsorption de l'eau par l'organisme. Le taux de vasopressine dans le sang est considéré normal s'il est inférieur à  $2,5 \mu\text{g}/\text{mL}$ . Cette hormone est sécrétée dès que le volume sanguin diminue. En particulier, il y a production de vasopressine suite à une hémorragie.

On utilisera dans la suite la modélisation suivante :

$$f(t) = 3te^{-\frac{1}{4}t} + 2 \quad \text{avec} \quad t \geq 0$$

où  $f(t)$  représente le taux de vasopressine (en  $\mu\text{g}/\text{mL}$ ) dans le sang en fonction du temps  $t$  (en minutes) écoulé après le début d'une hémorragie.

1. a) Quel est le taux de vasopressine dans le sang à l'instant  $t = 0$  ?  
b) Justifier que douze secondes après une hémorragie, le taux de vasopressine dans le sang n'est pas normal.  
c) Déterminer la limite de la fonction  $f$  en  $+\infty$ . Interpréter ce résultat.
2. On admet que la fonction  $f$  est dérivable sur  $[0 ; +\infty[$ .

Vérifier que pour tout nombre réel  $t$  positif,

$$f'(t) = \frac{3}{4}(4 - t)e^{-\frac{1}{4}t}$$

3. a) Etudier le sens de variation de  $f$  sur  $[0 ; +\infty[$  et dresser le tableau de variations de la fonction  $f$  en incluant la limite en  $+\infty$ .  
b) A quel instant le taux de vasopressine est-il maximal ? Justifier.

Quel est alors ce taux ? On donnera une valeur approchée à  $10^{-2}$  près.

4. a) Démontrer qu'il existe une unique valeur  $t_0$  appartenant à  $[0 ; 4]$  telle que  $f(t_0) = 2,5$ .  
En donner une valeur approchée à  $10^{-3}$  près.

**On admet qu'il existe une unique valeur  $t_1$  appartenant à  $[4 ; +\infty[$  vérifiant  $f(t_1) = 2,5$ .**

**On donne une valeur approchée de  $t_1$  à  $10^{-3}$  près :  $t_1 \approx 18,930$ .**

- b) Déterminer pendant combien de temps, chez une personne victime d'une hémorragie, le taux de vasopressine reste supérieur à  $2,5 \mu\text{g}/\text{mL}$  dans le sang.