Chapitre XI : Probabilités conditionnelles

Définition d'une probabilité conditionnelle de B sachant A

Soient A et B deux événements de l'ensemble E, A étant de probabilité non nulle. (P(A)0)
La probabilité conditionnelle de B sachant A (probabilité que l'événement B se réalise sachant que l'événement A est réalisé) est le nombre $P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$. On note parfois $P_A(B) = P(B \backslash A)$

Propriétés

Soient A et B deux événements de l'ensemble E, A étant de probabilité non nulle. (P(A)0)

$0 \leq P_A(B) \leq 1$ et $P_A(B) + P_A(\bar{B}) = 1$

Dans une situation d'équiprobabilité : $P_A(B) = \frac{nbre\ \text{éléments}\ de\ B}{nbre\ \text{éléménts}\ de\ A}$

Propriété de l'intersection

$P(A \cap B) = P_A(B) \times P(A)$ avec $P(A) \neq 0$
$P(A \cap B) = P_B(A) \times P(B)$ avec $P(B) \neq 0$

Formule des probabilités totales

Soient A1, ..., Andes événements incompatibles deux à deux et tels que la réunion fasse E et A1, ..., An ont des probabilités non nulles.
Pour tout événement B, on a : P(B)=P(A1B)+P(A2B)+...+P(AnB)
Ainsi : $P(B) = P(A_1) \times P_{A_1}(B) + P(A_2) \times P_{A_2}(B) + \cdots + P(A_n) \times P_{A_n}(B)$

Définition indépendance de deux événements

Dans l'ensemble E des issues d'une expérience aléatoire, on considère deux événements A et B de probabilités non nulles.
Si PA(B)=P(B) c'est-à-dire si la réalisation ou non de l'événement A ne modifie pas la probabilité de B, on dit que B est indépendant de A.

Définition et propriété

Deux événements A et B de probabilités non nulles sont dites indépendantes si et seulement si :

$P_A(B) = P(B)$ ou $P_B(A) = P(A)$

Deux événements A et B de probabilités non nulles sont dites indépendantes si et seulement si :

$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

Indépendance et événements contraires

Si deux événements A et B sont indépendants alors il en est de même pour les événements A et B ainsi que Aet B.

ROC 5 : Démonstration exigible
On démontre cette propriété pour A et B. La méthode est similaire pour les autres cas.
On sait que P(AB)=P(B)PB(A)
Comme PB(A)+PB(A)=1 alors PB(A)=1-PB(A) et P(AB)=P(B)(1-PB(A))
A et B étant indépendants, PB(A)=P(A) ainsi P(AB)=P(B)(1-P(A)) d'où P(AB)=P(B)P(A)
Ce qui prouve l'indépendance de A et de B.